天一成考

精华考点6页纸

数学（理工农医类）

高中起点升本、专科

第一部分 代 数

考点 1 集合与集合的关系

子集：对于两个集合 A 与 B，如果集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素，那么集合 B 叫集合 A 的子集，记作 $B \subseteq A$，或 $A \supseteq B$，读作 B 包含于 A 或 A 包含 B. 对于任一集合 A，规定 $\varnothing \subset A, A \subset A$，若 $C \subset B$，$B \subset A$，则 $C \subset A$.

交集：由集合 A 与集合 B 的所有公共元素组成的集合叫做 A 与 B 的交集，记作 $A \cap B$，读作 A 交 B. $A \cap \varnothing = \varnothing$，$A \cap A = A$，$A \cap B = B \cap A$.

并集：由集合 A 与集合 B 的所有元素合并在一起（重复的只记一次）构成的集合，叫做 A 与 B 的并集，记作 $A \cup B$，读作 A 并 B. $A \cup A = A$，$A \cup \varnothing = A$，$A \cup B = B \cup A$.

考点 2 函数的定义

如果在某变化过程中有两个变量 x，y，并且对于 x 在某个范围内的每一个确定的值，按照某个对应法则，y 都有唯一确定的值和它对应，那么 y 就是 x 的函数，x 叫自变量，可以记作 $y = f(x)$（其中 f 表示对应法则）. 自变量 x 的取值范围叫函数的定义域，和 x 的值对应的 y 的值叫函数值，函数值的集合叫函数的值域.

求函数定义域时有以下几个原则：

（1）当函数式为分式时，分式的分母不等于零.
（2）当函数式为偶次根式时，被开方数（或式）大于等于零.
（3）当函数式为零次幂时，底数不等于零.
（4）当函数式为对数时，真数大于零，底数大于零且不等于 1.

考点 3 函数的单调性

函数 $y = f(x)$ 的定义域为 A，某个区间是 A 的子集.

如果对于这个区间上任意两个自变量的值 x_1，x_2，当 $x_1 < x_2$ 时，

（1）若都有 $f(x_1) < f(x_2)$，那么就说 $f(x)$ 在这个区间上是增函数，这个区间为函数的增区间.

（2）若都有 $f(x_1) > f(x_2)$，那么就说 $f(x)$ 在这个区间上是减函数，这个区间为函数的减区间.

考点 4 函数的奇偶性

设函数 $f(x)$ 的定义域是 A，并且当任意的 $x \in A$ 时，也有 $-x \in A$.

（1）如果对于任何 $x \in A$，都有 $f(-x) = -f(x)$，那么函数 $f(x)$ 就称为奇函数.

（2）如果对于任何 $x \in A$，都有 $f(-x) = f(x)$，那么函数 $f(x)$ 就称为偶函数.

考点 5 指数函数和对数函数

（1）指数函数：$y=a^x\left(a>0, a\neq 1\right)$，定义域为（$-\infty$，$+\infty$），$a>1$ 时，a^x 是增函数，底数越大，函数图像越靠近 y 轴；$0<a<1$ 时，a^x 是减函数，底数越小，函数图像越靠近 y 轴.

（2）对数函数：$y=\log_a x\left(a>0, a\neq 1\right)$，定义域为（0，$+\infty$），$a>1$ 时，$\log_a x$ 是增函数，底数越大，函数图像越靠近 x 轴；$0<a<1$ 时，$\log_a x$ 是减函数，底数越小，函数图像越靠近 x 轴.

考点 6 等差数列

如果一个数列从第 2 项起，每一项与它的前一项的差等于同一个常数，这个数列就叫做等差数列，这个常数叫做等差数列的公差，公差常用字母 d 表示，$d=a_{n+1}-a_n$.

（1）通项公式：$a_n=a_1+\left(n-1\right)d$.

（2）中项：如果 a，A，b 成等差数列，那么 A 叫做 a 和 b 的等差中项且 $A=\dfrac{a+b}{2}$ 或 $a+b=2A$.

（3）前 n 项和公式：$S_n=\dfrac{n\left(a_1+a_n\right)}{2}$ 或 $S_n=na_1+\dfrac{n\left(n-1\right)}{2}\bullet d$.

（4）如果 $m+n=p+q$，则 $a_m+a_n=a_p+a_q$，$S_{2n-1}=\left(2n-1\right)\bullet a_n$，$a_m=a_n+\left(m-n\right)d$.

考点 7 等比数列

如果一个数列从第 2 项起，每一项与它的前一项的比等于同一个常数，这个数列就叫做等比数列，这个常数叫做等比数列的公比，公比常用字母 q 表示，$q=\dfrac{a_{n+1}}{a_n}(q\neq 0)$.

（1）通项公式：$a_n=a_1q^{n-1}$.

（2）中项：如果 a，G，b 成等比数列，那么 G 叫做 a 和 b 的等比中项，且 $G^2=ab$ 或 $G=\pm\sqrt{ab}$.

（3）前 n 项和公式：当 $q=1$ 时，$S_n=na_1$，当 $q\neq 1$ 时，$S_n=\dfrac{a_1\left(1-q^n\right)}{1-q}$ 或 $S_n=\dfrac{a_1-a_nq}{1-q}$.

（4）如果 $m+n=p+q$，则 $a_m\bullet a_n=a_p\bullet a_q$，其中的 m、n、p、$q\in N$.

考点 8 函数单调性的判别法

（1）如果 $f(x)$ 在 $(a，b)$ 内的导数 $f'(x)>0$，则函数 $f(x)$ 在 $(a，b)$ 上是单调增加的；

（2）如果 $f(x)$ 在 $(a，b)$ 内的导数 $f'(x)<0$，则函数 $f(x)$ 在 $(a，b)$ 上是单调减少的.

考点 9 函数的极值的判别法

函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $[a,b]$，$x_0\in[a,b]$，设 $f'(x_0)=0$，

（1）如果当 $x<x_0$ 时，$f'(x)>0$；当 $x>x_0$ 时，$f'(x)<0$，则函数 $f(x)$ 在 x_0 处取得极大值.

（2）如果当 $x<x_0$ 时，$f'(x)<0$；当 $x>x_0$ 时，$f'(x)>0$，则函数 $f(x)$ 在 x_0 处取得极小值.

（3）如果在 x_0 的两侧，$f'(x)$ 具有相同的符号，则函数 $f(x)$ 在 x_0 处不取极值.

考点 10 函数最值的求法

（1）求 $f(x)$ 在指定区间内所有使 $f'(x_0)=0$ 的点；

（2）计算函数 $f(x)$ 在区间内使 $f'(x_0)=0$ 的所有点和区间端点的函数值，其中最大的为最大值，最小的为最小值.

第二部分 三 角

考点 1 正弦函数、余弦函数的性质

	$y=\sin x$	$y=\cos x$
定义域	R	R
值域	[-1，1]，最大值为 1，最小值为-1	[-1，1]，最大值为 1，最小值为-1
周期性	最小正周期为 2π	最小正周期为 2π
单调性	在 $\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi\right]$ 上是增函数，在 $\left[\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{3\pi}{2}+2k\pi\right]$ 上是减函数 $(k\in Z)$	在 $[(2k-1)\pi,2k\pi]$ 上是增函数，在 $[2k\pi,(2k+1)\pi]$ 上是减函数 $(k\in Z)$
奇偶性	奇函数	偶函数

考点 2 正切函数、余切函数的性质

	$y=\tan x$	$y=\cot x$
定义域	$\{x\mid x\in R，且x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}，k\in Z\}$	$\{x\mid x\in R，且x\neq k\pi，k\in Z\}$
值域	R，函数无最大值、最小值	R，函数无最大值、最小值
周期性	最小正周期为 π	最小正周期为 π

单调性	在$\left(-\frac{\pi}{2}+k\pi,\frac{\pi}{2}+k\pi\right)$内是增函数 $\left(k\in Z\right)$	在$\left(k\pi,\left(k+1\right)\pi\right)$内是减函数$\left(k\in Z\right)$
奇偶性	奇函数	奇函数

考点 3 解斜三角形的有关定理和公式

已知ΔABC中，设$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$所对应的边为a、b、c，R为ΔABC的外接圆半径.

（1）三角形三内角和：$\angle A+\angle B+\angle C=180°$.

（2）正弦定理：$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$.

（3）余弦定理：$\begin{cases}a^2=b^2+c^2-2bc\cos A\\ b^2=c^2+a^2-2ca\cos B\\ c^2=a^2+b^2-2ab\cos C\end{cases}$.

（4）三角形面积公式：$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B$.

第三部分 平面解析几何

考点 1 向量的坐标运算

（1）设 $a=\left(a_1, a_2\right)$，$b=\left(b_1, b_2\right)$，则 $a+b=\left(a_1, a_2\right)+\left(b_1, b_2\right)=\left(a_1+b_1, a_2+b_2\right)$，

$a-b=\left(a_1, a_2\right)-\left(b_1, b_2\right)=\left(a_1-b_1, a_2-b_2\right)$，$\lambda a=\lambda\left(a_1, a_2\right)=\left(\lambda a_1, \lambda a_2\right)$.

（2）设$A\left(x_1, y_1\right)$，$B\left(x_2, y_2\right)$，则$\overrightarrow{AB}=\left(x_2-x_1, y_2-y_1\right)$.

考点 2 两直线的位置关系

设两直线斜率都存在，其方程分别为l_1：$y=k_1x+b_1$（或$A_1x+B_1y+C_1=0$），

l_2：$y=k_2x+b_2$（或$A_2x+B_2y+C_2=0$）（A_2、B_2、C_2不等于0）.

（1）直线l_1与l_2平行$\Leftrightarrow k_1=k_2$且$b_1\neq b_2$或$\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}\neq\frac{C_1}{C_2}$.

（2）直线l_1与l_2重合$\Leftrightarrow k_1=k_2$且$b_1=b_2$或$\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$.

（3）直线l_1与l_2垂直$\Leftrightarrow k_1\cdot k_2=-1$（或$A_1A_2+B_1B_2=0$）.

（4）直线l_1与l_2相交$\Leftrightarrow k_1\neq k_2$（或$\frac{A_1}{A_2}\neq\frac{B_1}{B_2}$）（垂直是相交的特殊情况）.

考点 3 圆的标准方程

设圆心在点(a, b)，半径为r，则圆的标准方程为$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.

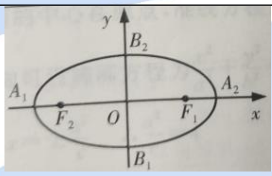
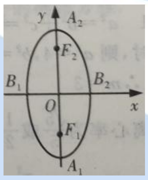
考点 4 点与圆的位置关系

点 $P(x_0, y_0)$ 与圆 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 的位置关系：点 P 到圆心的距离 $d=\sqrt{(x_0-a)^2+(y_0-b)^2}$，当$d=r$时点$P$在圆上，当$d<r$时点$P$在圆内；当$d>r$时点$P$在圆外.

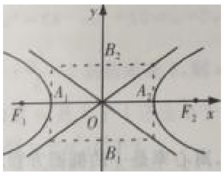
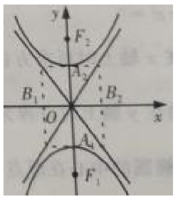
考点 5 直线与圆的位置关系

直线 $Ax+By+C=0$ 与圆 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 的位置关系：设圆心到直线的距离为 $d=\dfrac{|A\cdot a+B\cdot b+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$，当$d<r$时直线和圆相交；当$d=r$时直线与圆相切；当$d>r$时，直线和圆相离. 过圆$x^2+y^2=r^2$上一点$P(x_0, y_0)$的切线方程是$x_0x+y_0y=r^2$.

考点 6 椭圆的标准方程和几何性质

标准方程	$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$	$\dfrac{x^2}{b^2}+\dfrac{y^2}{a^2}=1(a>b>0)$
图形		
顶点	$A_1(-a,0)$、$A_2(a,0)$ $B_1(0,-b)$、$B_2(0, b)$	$A_1(0,-a)$、$A_2(0, a)$ $B_1(-b,0)$、$B_2(b,0)$
对称轴	x轴、y轴，长轴长$2a$，短轴长$2b$	
焦点	$F_1(c,0)$、$F_2(-c,0)$	$F_1(0,-c)$、$F_2(0, c)$
焦距	$\lvert F_1F_2\rvert=2c(c>0),c^2=a^2-b^2$	
离心率	$e=\dfrac{c}{a}(0<e<1)$	
准线	$x=\pm\dfrac{a^2}{c}$	$y=\pm\dfrac{a^2}{c}$

考点 7 双曲线的标准方程和几何性质

标准方程	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$	$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$
图形		
顶点	$A_1(-a,0)$、$A_2(a,0)$	$A_1(0,-a)$、$A_2(0,\ a)$
对称轴	x 轴、y 轴，实轴长 $2a$，虚轴长 $2b$	
焦点	$F_1(-c,0)$、$F_2(c,0)$	$F_1(0,-c)$、$F_2(0,\ c)$
焦距	$\lvert F_1F_2\rvert=2c(c>0),c^2=a^2+b^2$	
离心率	$e=\frac{c}{a}(e>1)$	
准线	$x=\pm\frac{a^2}{c}$	$y=\pm\frac{a^2}{c}$
渐近线	$y=\pm\frac{b}{a}x$	$y=\pm\frac{a}{b}x$

第五部分 概率与统计初步

考点 1 排列、组合

从 n 个不同元素中取出 $m\left(m、n\in N^+且m\le n\right)$ 个元素的所有排列的个数，称为从 n 个不同元素中取出 m 个元素的排列数，用符号 P_n^m 表示（或记为 A_n^m）.

从 n 个不同元素中取出 $m\left(m、n\in N^+且m\le n\right)$ 个元素的所有组合的个数，称为从 n 个不同元素中取出 m 个元素的组合数，用 C_n^m 表示.

考点 2 样本平均数

样本中所有个体的平均数叫做样本平均数.

考点 3 样本方差

在一组数据 $x_1,x_2,\ldots,x_n$ 中，若其平均数为 $\overline{x}$，那么 $\frac{1}{n}[\left(x_1-\overline{x}\right)^2+\left(x_2-\overline{x}\right)^2+\ldots+\left(x_n-\overline{x}\right)^2]$ 叫做这组数据的样本方差，记作 S^2.